

Zum Wesen der Konsonanz: Neuronale Koinzidenz, Verschmelzung und Rauigkeit

Martin Ebeling

Zusammenfassung

Stumpfs späte Bemerkung, dass die Tonverschmelzung nicht zur Definition der Konsonanz geeignet sei (1926), ist häufig missverstanden worden. Keineswegs hat Stumpf seine Theorie der Verschmelzung verworfen, sondern sie logisch als Proprium im Sinne der Topik des Aristoteles, statt als Definition der Konsonanz eingeordnet, weil er sie nicht als das Wesen der Konsonanz ansah. Theodor Lipps schlug daher vor, von schallinduzierten, physiologischen Vorgängen mit schallanalogen Rhythmen auszugehen, die sich in einem psychischen Rhythmus widerspiegeln.

Tatsächlich werden Töne im Hörsystem durch periodische Nervenimpulsketten kodiert, die zur Tonhöhenerkennung in einem neuronalen Netz zwischen nucleus cochlearis und colliculus inferior auf ihre Periodenstruktur hin analysiert werden. Diese Periodizitätsdetektion entspricht mathematisch einer Autokorrelation.

Die beiden Töne eines Intervalls sind durch zwei simultane Impulsketten mit verschiedenen Perioden kodiert. Da durch die Autokorrelationsanalyse Phasendifferenzen aufgehoben werden, kommt es bei der Periodizitätsanalyse zur Koinzidenz gemeinsamer Perioden der beiden Impulsketten. Die Häufigkeit dieser Koinzidenz hängt vom Schwingungsverhältnis der Intervalltöne ab.

In einem mathematischen Modell wird die Logik koinzidierender Impulsketten untersucht. Dabei wird von Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen mit einer kleinen Breite ausgegangen, welche durch die statistische Streuung neuronaler Entladungen und Unschärfen der Periodendetektion bestimmt ist. Aus der Autokorrelationsfunktion der Summe zweier Impulsketten, die das Intervall darstellen, bestimme ich für jedes beliebige Schwingungsverhältnis den Grad der Koinzidenz. Daraus bilde ich die „Allgemeine Koinzidenzfunktion“, die das Schwingungsverhältnis als Variable hat, und jedes Intervall auf den zugehörigen Koinzidenzgrad abbildet. Der Graph der Allgemeinen Koinzidenzfunktion stimmt mit Stumpfs „Verschmelzungsstufen in einer Curve“ (1890) überein. Die Mathematisierung des Modells legt es also nahe, die Ursache der Tonverschmelzung in der Arbeitsweise eines neuronalen Autokorrelators zur Periodizitätsdetektion zu sehen.

Dann ist das Wesen der Konsonanz der Koinzidenzgrad neuronaler Impulsketten bei der Periodizitätsanalyse im Hörsystem. Die stets mit der Konsonanz einhergehende Verschmelzung ist Proprium der Konsonanz, und die nur unter bestimmten Umständen auftretende Rauigkeit ist als Akzidenz der Konsonanz im Sinne der Topik des Aristoteles einzuordnen.

Abstract

Stumpf's later remark at his concept of tonal fusion not to give a proper definition of consonance (1926) has often been misunderstood. No way, he refused his theory of tonal fusion, but in the end he was of the opinion, that fusion does not describe the essence of consonance. Thus, according to Aristoteles's „Topik“ he classified fusion as a „proprium“ of consonance, but not as a „definition“ of consonance.

To characterise the essence of consonance, Theodor Lipps suggested a model of psychological rhythm-patterns reflecting sound-induced physiological processes in hearing. Indeed, periodic sequences of pulses code pitch. A neuronal network located in the nucleus cochlearis and in the colliculus inferior analyses the periodic structure of those pulse-sequences. Mathematically, this periodicity-detection is equivalent to the autocorrelation function of the pulse-sequences.

Two concurrent pulse-trains with different periods represent the two tones of an interval. As autocorrelation cancels phase shifts, the periodicity-detection leads to coincidence of all common periods. The coincidence rate depends on the vibration ratio of the interval.

In the model, the mathematical logic of coinciding pulse-sequences is examined. Neuronal pulses are represented by density functions showing a slide width which is determined by the random spread of neuronal discharges, the width of time-windows for coincidences, and the fuzziness of periodicity detection. Forming the autocorrelation function of the sum of two pulse-trains representing an interval makes it possible to calculate the degree of tonal fusion for any vibration ratio. By means of the autocorrelation function I define the „Generalized Coincidence Function“. Its variable is the vibration ratio. So it maps any interval onto its coincidence rate. Its graph corresponds to Stumpf's „Verschmelzungsstufen in einer Curve“ (1890). Thus, the mathematical model suggests that the functioning of a neuronal network performing periodicity-detection by autocorrelation causes tonal fusion.

The coincidence-rates of concurrent pulse-trains during periodicity-detection in hearing are the essence of consonance. Tonal fusion as a consequence of coincidence is a „proprium“ of consonance. Roughness only occurs under certain conditions and thus it has to be regarded as an „accidence“ in the sense of Aristoteles's Topic.

1 Das Wesen der Konsonanz und die Tonverschmelzung

1.1 Stumpfs Definitionsversuch der Konsonanz

Angeblich hat Carl Stumpf selbst seine Theorie der Tonverschmelzung als unbefriedigend verworfen. Plomp und Levelt (1965) klammern in ihrem Aufsatz „Tonal Consonance and Critical Bandwidth“, auf den sich viele Autoren berufen, Stumpfs Verschmelzungstheorie als Erklärung des Konsonanzphänomens aus: „The fact that the rank order of consonant intervals is correlated with their degree of fusion cannot be considered as a satisfactory explanation, as Stumpf himself admitted. This does not mean that the relation has no relevance. However, in this paper it is left out of consideration“ (Plomp & Levelt, 1965, S. 552). Sie verweisen dabei in der Fußnote auf die Seite 281 von Stumpfs Werk „Die Sprachlaute“ (Stumpf, 1926). Dort findet sich die Bemerkung:

„Ich habe die Tatsachen der Verschmelzung eingehender verfolgt und glaubte darin das Wesen der musikalischen Konsonanz zu finden. Es scheint mir jetzt, daß sie nicht das eigentlich definierende Merkmal bilden, sondern nur ein ‚Proprium‘ im Sinne der alten Logik, d. h. ein die Konsonanz regelmäßig begleitendes, auch in den graduellen Abstufungen (wenigstens innerhalb der nämlichen Oktave) damit parallel laufendes Merkmal. Aber diese Frage kann hier auf sich beruhen.“ (S. 281)

Offenbar widerruft Stumpf seine Theorie der Tonverschmelzung keineswegs, wenn er von den „Tatsachen der Verschmelzung“ spricht, sondern ordnet diese in ihrer logischen Funktion anders ein.

Stumpf hatte sich 1870 auf Anregung des Göttinger Mathematikers Felix Klein mit einer Arbeit über Mathematische Axiomatik habilitiert (Stumpf, 1924, S. 211). Das mag erklären, warum Stumpf über die logische Zuordnung seiner Theorie nachdachte und ihr letztlich eine andere Funktion, nämlich die eines „Propriums im Sinne der alten Logik“ zuwies. Damit bezog sich Stumpf auf die „Topik“ des Aristoteles, einer Lehre des dialektischen Schließens (Aristoteles, übers. 1919). Darin unterscheidet Aristoteles zwischen Gattung, Eigentümlichkeit und Akzidenz, auf die sich die Probleme und Sätze beziehen. Weiter unterscheidet er bei der Eigentümlichkeit die Definition und das Proprium:

„Da die eine Eigentümlichkeit das Wesen bezeichnet, die andere nicht, so werde die Eigentümlichkeit überhaupt nach den beiden jetzt genannten Teilen unterschieden, und es heiße der das Wesen bezeichnende Teil Definition, der andere soll dann nach der gemeinsamen Benennung, die wir ihnen gegeben haben, als Eigentümlichkeit, Proprium bezeichnet werden.“ (S. 4). „[...] Eigentümlichkeit, Proprium, ist, was zwar nicht das Wesen eines Dinges bezeichnet, aber nur ihm zukommt und in der Aussage mit ihm vertauscht werden kann.“ (S. 6)

Das Proprium ist also eine Eigenschaft, die nicht das Wesen eines Dings bezeichnet und sich darum nicht als Definition eignet, aber zur Definition

äquivalent ist und deshalb in der Aussage mit der Definition vertauscht werden kann.

Demnach ist Stumpf zu der Überzeugung gekommen, dass das Wesen der Konsonanz in etwas anderem als der Tonverschmelzung liegt. Die Tatsache der Tonverschmelzung kommt aber alleine der Konsonanz zu: ein konsonantes Intervall verschmilzt; umgekehrt zeigt Verschmelzung ein konsonantes Intervall an. Auf der Grundlage detaillierter Untersuchungen hat Stumpf die Konsonanz durch das Proprium Tonverschmelzung genau und differenziert beschrieben (Stumpf, 1883/1890; Stumpf, 1897), das Wesen der Tonverschmelzung hat er aber nicht im Psychologischen sondern im Physiologischen gesucht. So bemerkt Stumpf bereits in § 20 seiner Tonpsychologie (1883/1890) über die Ursache der Tonverschmelzung,

„[...] daß nicht leicht eine genügende Erklärung ausfindig zu machen ist, daß zumal die Berufung auf psychologische Gesetze aller Art fruchtlos bleibt. Nureine physische Veranstaltung im Centralorgan kann den unmittelbaren Grund der Verschmelzung enthalten. Von der Beschaffenheit dieser Veranstaltung können wir uns aber einstweilen keine Vorstellung bilden [...]“ (2. Bd., S. 184)

Weil in einem (noch nicht verstandenen) physiologischen Vorgang die primäre Verwandtschaft der Intervalltöne begründet ist, kann die psychologische Tatsache der Tonverschmelzung deshalb nicht zur Definition der Konsonanz herangezogen werden, sondern nur Proprium der Konsonanz sein. Stumpf erläutert in seiner Autobiografie (Stumpf, 1924):

„In Hinsicht der Verschmelzung und der Definition der Konsonanz durch sie sind indessen meine Ansichten inzwischen andere geworden. Ich meine, daß wir auch schon bei aufeinanderfolgenden Tönen als solchen primäre Verwandtschaften anerkennen müssen, die sich aber nicht psychologisch, sondern nur physiologisch noch erklären lassen. Die Verschmelzung und die Konsonanz gleichzeitiger Töne aber erscheinen mir jetzt als Folge, nicht als Ursache der Verwandtschaft. Dabei behalten gleichwohl die Verschmelzungsunterschiede ihre hohe Bedeutung für das musikalische Hören und für die Gefühlswirkung der Intervalle.“ (S. 246)

1.2 Theodor Lipps Mikrorhythmus-Theorie

An dieser Stelle setzt Theodor Lipps „Rhythmus-Theorie“ an, die Lipps (1899, S. 40) als Erklärungsversuch der Tonverschmelzung sieht: „Die Verschmelzung erklärt nichts, sondern ist das zu Erklärende. Aber sie charakterisiert, so wie überhaupt Symptome charakterisieren. Und für mich ist die Verschmelzung ein Symptom dessen, was das eigentliche Wesen der Consonanz ausmacht“. Nach Lipps ist es für zwei konsonierende Töne „die Ähnlichkeit oder Uebereinstimmung, in welcher das Wesen der Consonanz besteht“ (S. 25). Diese Übereinstimmung ergibt sich aus dem Schwingungsverhältnis der beiden Töne, das sich in der periodischen Struktur der beiden Schwingungsfolgen zeigt. Am Beispiel der Oktave erläutert Lipps:

„Besteht nun diese Uebereinstimmung zwischen den Schwingungsfolgen, so ist es nicht eine unberechtigte, sondern eine sehr natürliche Vermuthung, daß dieser Uebereinstimmung eine Uebereinstimmung in den zugehörigen ‚psychischen Vorgängen‘, also in unserem Falle in den Vorgängen, die der bewußten Empfindung eines Tones und seiner Octave zu Grunde liegen, entspricht. Diese Uebereinstimmung bezeichne ich als ‚Tonverwandtschaft‘. Und in dieser Tonverwandtschaft sehe ich das Wesen der Consonanz. Man sieht leicht, wiefern diese Tonverwandtschaft mit der Einfachheit der Schwingungsverhältnisse wachsen muß.“ (S. 27)

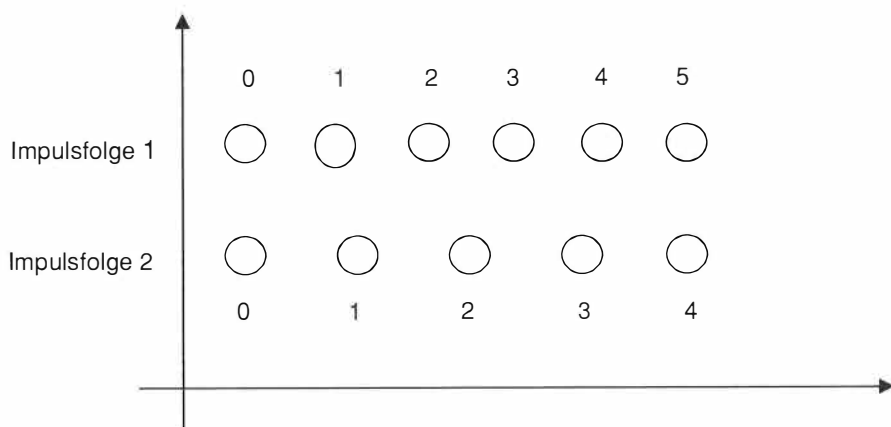
Ohne dass Lipps die neuronale Codierung von Schall hat kennen können, versucht er doch eine „speziellere Ausdeutung“, die die Abfolge der neuronalen Impulsmuster errahnt:

„In den physiologischen Organen geschieht doch etwas, wenn die physikalischen Schwingungen auf sie wirken. Jedes physische Geschehen aber ist, falls es nicht in einer gleichmäßigen räumlichen Fortbewegung besteht, nothwendig ein Wechsel von Zuständen, und es ist, falls es ein gleichartiges Geschehen ist, ein gleichartiger, also regelmäßiger Wechsel von Zuständen, es hat seinen regelmäßigen ‚Rhythmus‘. ... Nun überträgt sich freilich der Rhythmus der physikalischen Schwingungen in den physiologischen Organen in eine andere Sprache. Er übersetzt sich gar innerhalb der ‚psychischen Vorgänge‘, die den Tonempfindungen unmittelbar zu Grunde liegen, in eine, jedenfalls dem Psychologen völlig unbekannte Sprache. Und der fragliche Rhythmus könnte in dieser Sprache ein recht verändertes Ansehen gewinnen. Aber die Möglichkeit besteht, und es ist die einfachste Annahme, die wir machen können, daß der Rhythmus dieser psychischen Vorgänge dem Rhythmus der physikalischen Schwingungen analog bleibt, so weit zum mindesten, daß das Verhältniß der psychischen Rhythmen in Vergleich gestellt werden kann.“ (S. 29)

Lipps Spekulation über einen „Rhythmus“ in den physiologischen Organen wird durch die neurophysiologische Forschung bestätigt: die Periodizität des Schalles bleibt „in Gestalt reizsynchroner Nervenimpulse im unteren Teil des Hörsystems tatsächlich erhalten“ (Hesse, 2003, S. 128).

Nach der spektralen Analyse des Schalls im Cortischen Organ wird jede der aufgelösten Frequenzkomponenten nach dem Volley-Prinzip von Wever (1949) in eine neuronale Impulskette im Hörnerv übersetzt. Die Periode dieser Impulskette ist der Kehrwert der entsprechenden Frequenzkomponente.

Das ist die Grundlage der Mikrorhythmus-Theorie, die untersucht, welche rhythmischen Muster entstehen, wenn zwei Impulsketten gleichzeitig laufen (vgl. Hesse, 2003, S. 122 ff.). Stehen etwa zwei Töne in einem ganzzahligen Schwingungsverhältnis $p : q$, so stehen die Perioden der beiden Impulsketten als Kehrwerte der Frequenzen im Verhältnis $q : p$. Dann fällt jeder p -te Impuls der ersten Impulskette mit jedem q -ten Impuls der zweiten Impulskette zusammen, es kommt zur „Koinzidenz“. Stellt man jeden Impuls bzw. den Beginn jeder Schwingungsperiode als Punkt dar, erhält man für die große Terz mit dem Schwingungsverhältnis $5 : 4$ das in Abbildung 1 wiedergegebene Bild. Jeder fünfte Impuls der ersten Impulsfolge koinzidiert mit jedem vierten Impuls der zweiten Impulsfolge. Für jedes Schwingungsverhältnis entstehen charakteristische Abstände zwischen den Impulsen beider Impulsketten, die sich durch Lösen einfacher diophantischer Gleichungen berechnen lassen (vgl. Ebeling, 2007, S. 125 ff.).

**Abb. 1:**

Zwei Impulsketten im Verhältnis 5 : 4. Es koinzidiert jeder fünfte Impuls der ersten Impulskette mit jedem vierten Impuls der zweiten Impulskette.

Dieses Prinzip der Koinzidenz funktioniert aber nur, wenn zwischen den beiden Impulsmustern keine Phasenverschiebung liegt. Das war Stumpfs gewichtigstes Argument gegen Lipps Mikrorhythmus-Theorie (vgl. Kamleiter, 1993, S. 124). Wie unten dargestellt, findet die neuronale Periodizitätsdetektion durch Autokorrelation statt. Eine Autokorrelation hebt aber die Phasenverschiebungen auf (siehe 3.1), so dass Stumpfs Einwand gegenstandslos ist.

2 Periodizität und neuronaler Code

2.1 „Interspike-interval“ zur Codierung der Periodizität

In der Neurologie heißen die Abstände zwischen Impulsen der Nervenimpulsmuster „interspike-interval (ISI)“. Aus dem Vermessen und statistischen Erfassen dieser ISI versuchen Neurologen den Code der Nervenimpulsmuster zu verstehen. Cariani und Delgutte (1996) haben gezeigt, dass das Tonhöhenempfinden („pitch“) aus den Häufigkeitsverteilungen der ISI abgelesen werden kann. Dabei ist es offenbar entscheidend, nicht nur die ISI zwischen benachbarten Impulsen („first-order ISI“), sondern zwischen allen ISI zu betrachten („all-order ISI“).

Die all-order ISI-Histogramme entsprechen im mathematischen Formalismus der Bildung einer Autokorrelationsfunktion der Nervenimpulsfolge. Diese Autokorrelationsfunktion gibt also die Häufigkeit aller ISI an. Cariani und Delgutte nennen die all-order ISI-Histogramme daher auch Autokorrelogramme. Betrachtet man das Maximum des Autokorrelogramms einer

Nervenimpulsfolge, so steht dieses Maximum für dasjenige ISI, dessen Länge der Periode der empfundenen Tonhöhe („pitch“) entspricht. Durch Bilden der Autokorrelationsfunktion kann also auf die Tonhöhe geschlossen werden.

2.2 Neuronale Autokorrelation zur Periodizitätsanalyse

Licklider (1951) entwarf in seiner Duplex-Theorie der Tonhöhenwahrnehmung das Modell eines neuronalen Autokorrelators mit Verzögerungskette (vgl. Abb. 2). Die Tonhöhenerkennung beruht in dem Modell auf einer Periodizitätsdetektion und stellt eine Analyse im Zeitbereich dar.

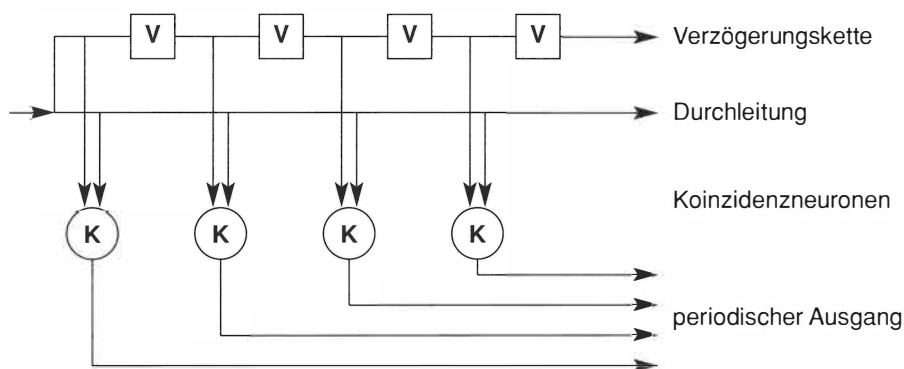


Abb. 2:

Schematische Darstellung des von Licklider (1951) postulierten Autokorrelators. In den Verzögerungseinheiten V wird das Signal stufenweise um einen Wert τ immer mehr verzögert und in den Koinzidenzneuronen mit dem durchgeleiteten, unverzögerten Signal zusammengeführt. Diese feuern nur, wenn das Signal und das um $n \cdot \tau$ verzögerte Signal übereinstimmen. Dann ist $n \cdot \tau$ aber eine Periode des Signals.

Das Modell von Licklider entspricht aber nicht den realen Verhältnissen in neuronalen Systemen. Die angenommene Verzögerungskette ist unphysiologisch, weil einer Vielzahl von Neuronen allein die Aufgabe einer Signalverzögerung zukommt. Es ist daher nicht verwunderlich, dass es in keinem von den bisher untersuchten Hörsystemen eine Evidenz dafür gibt. Wenn man also einen Autokorrelator im Hörsystem annimmt, so müssen die notwendigen Verzögerungen mit physiologisch anderen Mitteln erzielt werden.

Die Existenz eines Autokorrelators im Hörsystem könnte nach Cariani und Delgutte (1996) erklären, wie aus den Nervenimpulsfolgen die Tonhöheninformation gewonnen wird.

„Interval distributions in populations of neurons constitute a general, distributed means of encoding, transmitting, and representing information. Existence of a central processor capable of analyzing these interval patterns could provide a unified explanation for many different aspects of pitch perception.“ (S. 1698)

Dementsprechend unterstellen viele neuere Modelle zur Tonhöhenwahrnehmung einen neuronalen Autokorrelator oder gehen von der Autokorrelation verwandten, neuronalen Verarbeitungsmechanismen im Zeitbereich aus (zur Übersicht siehe: Cheveigné, 2004).

Ein neuronales Netzwerk zur Periodizitätsanalyse, das auf der Grundlage von neuronaler Zeitverzögerung und Koinzidenz arbeitet, wurde zuerst von Langner (1983) im Hörsystem von Perlhühnern nachgewiesen und 1988 durch neurophysiologische Experimente am Hörsystem der Katze bestätigt (Langner und Schreiner, 1988). In dem Modell von Langner entsprechen den Verzögerungen physiologisch gemessene neuronale Oszillations- bzw. Integrationsperioden, die einerseits durch synaptische Verzögerungen und andererseits durch Membranzeitkonstanten festgelegt sind.

Das beschriebene Netzwerk liegt im Bereich zwischen dem Cochlea nucleus und dem Inferior colliculus, in dem Koinzidenzneuronen wie Kammfilter auf eine bestimmte Modulationsfrequenz und deren Vielfache reagieren, um sich nach ca. 30 ms durch periodizitätssynchrone Hemmung in Bandpassfilter mit eindeutiger Periodizitätsanalyse zu wandeln (Langner, 2007). Dadurch bildet eine Vielzahl von Koinzidenzneuronen im Colliculus inferior die Periodizität des Signals sowohl für die Hüllkurve als auch für die Feinstruktur des Signals ab (Langner & Schreiner, 1988), und es entsteht eine räumliche Repräsentation des Signals (Schreiner & Langner, 1988). Man kann davon ausgehen, dass dieser von Langner und Schreiner beschriebene neuronale Mechanismus zur Periodizitätsanalyse wie ein Autokorrelator arbeitet, und zwar sowohl für die Trägerperiode, als auch insbesondere für die Modulationsperiode. Da nach dem Modell die empfundene Tonhöhe der Modulationsperiode entspricht, findet somit eine Tonhöhenbestimmung statt, die mathematisch durch eine Autokorrelationsfunktion beschrieben werden kann.

3 Zur Mathematik der Autokorrelationsfunktion

3.1 Periodizitätsanalyse durch die Autokorrelationsfunktion

Die Autokorrelationsfunktion vergleicht ein Signal $f(t)$ mit der Kopie des Signals nach einer Zeitverzögerung τ , also mit $f(t + \tau)$. Stimmen die Werte von $f(t)$ mit den zeitverzögerten Werten von $f(t + \tau)$ gut überein, wird das Integral über dem Zeitintervall $[-D, D]$

$$\int_{-D}^D f(t) \cdot f(t + \tau) dt \quad (1)$$

groß, stimmen sie nicht gut überein, wird das Integral klein. Wenn $f(t) = f(t + \tau)$ gilt, ist das Integral maximal. Ist also $f(t)$ periodisch, wie bei Signalen, die ein Tonhöhenempfinden auslösen, und ist T die Periode, dann bedeutet dieses, dass $f(t) = f(t + T)$ ist.

Also ist für T das Integral

$$\int_{-D}^D f(t) \cdot f(t + T) dt \quad (2)$$

maximal. Bildet man für beliebige Zeitverzögerungen τ das obige Integral, so erhält man die Autokorrelationsfunktion $R(\tau)$ für die periodische Funktion $f(t)$:

$$R(\tau) = \lim_{D \rightarrow \infty} \frac{1}{2D} \int_{-D}^D f(t) f(t + \tau) dt. \quad (3)$$

Diese Funktion zeigt Maxima für die Periode T und alle Vielfachen dieser Periode, die auch Perioden von $f(t)$ sind. Weiter spielen die Phasenverschiebungen im Ausgangssignal für die Autokorrelationsfunktion keine Rolle, weil diese stets reellwertig ist und darum keine Phasen enthält (vgl. Ebeling, 2007, S. 64, 66, 154).

Als Beispiel seien die Wellenformen und die Autokorrelationsfunktionen zweier Funktionen $f(t)$ und $g(t)$ betrachtet. Beide bestehen aus vier Sinuskomponenten mit den Frequenzen 440 Hz, 550 Hz, 770 Hz und 880 Hz und unterscheiden sich nur durch die Phasen ihrer Komponenten.

$$f(t) = \sin(440 \cdot 2\pi \cdot t + 1,34\pi) + 2 \cdot \sin(550 \cdot 2\pi \cdot t + 0,7\pi) + 1,5 \cdot \sin(770 \cdot 2\pi \cdot t + 0,5\pi) + \sin(880 \cdot 2\pi \cdot t) \quad (4)$$

$$g(t) = \sin(440 \cdot 2\pi \cdot t + 1,94\pi) + 2 \cdot \sin(550 \cdot 2\pi \cdot t + \pi) + 1,5 \cdot \sin(770 \cdot 2\pi \cdot t + 1,5\pi) + \sin(880 \cdot 2\pi \cdot t) \quad (5)$$

Die Abbildung 3a zeigt die Wellenform von $f(t)$ und die Abbildung 3b stellt die Wellenform der Funktion $g(t)$ dar. Der größte gemeinsame Teiler aller vier Frequenzen ist 110 Hz. Daher haben $f(t)$ und $g(t)$ dieselbe Periode, nämlich

$$T = \frac{1}{110} \text{ s} \cdot 1.000 = 9,091 \text{ ms.}$$

Da die Amplituden der entsprechenden Frequenz-

komponenten in beiden Funktionen gleich sind, haben sie dieselbe Autokorrelationsfunktion $R(\tau)$. Da Autokorrelationsfunktionen nie Phasen haben, werden die Phasenverschiebungen in und zwischen $f(t)$ und $g(t)$ in $R(\tau)$ nicht sichtbar. Deutlich erkennt man im Graph der Autokorrelationsfunktion (vgl. Abb. 4) die Maxima für $T = 9,091 \text{ ms}$, für $2T = 18,182 \text{ ms}$ und für $3T = 27,273 \text{ ms}$.

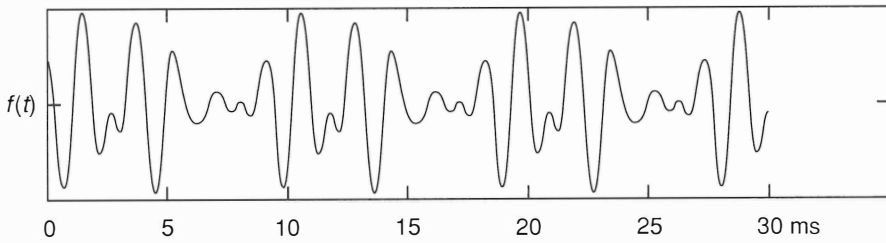


Abb. 3a:
Die durch die Funktion $f(t)$ beschriebene Wellenform

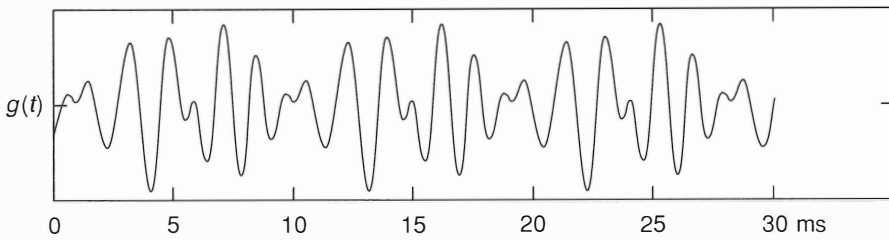


Abb. 3b:
Die durch die Funktion $g(t)$ beschriebene Wellenform

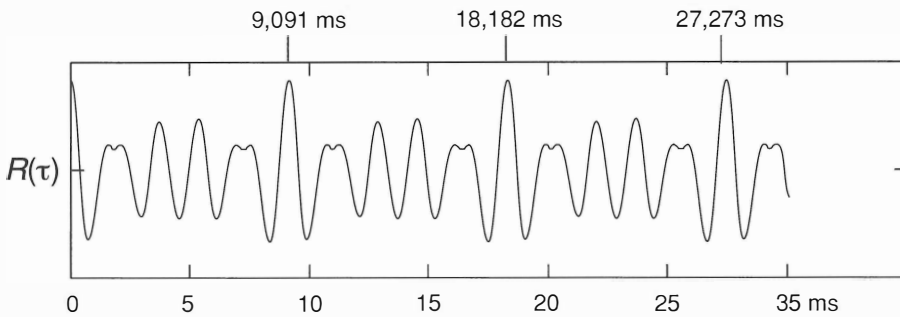


Abb. 4:
Die Funktionen $f(t)$ und $g(t)$ haben dieselbe Autokorrelationsfunktion $R(\tau)$, die die Periodenstruktur der Funktionen $f(t)$ und $g(t)$ zeigt. Sie hat Maxima bei $T = 9,091$ ms, $2T = 18,182$ ms und $3T = 27,273$ ms, welches gemeinsame Perioden der Funktionen $f(t)$ bzw. $g(t)$ sind.

Bildet man die Autokorrelationsfunktion $R(\tau)$ einer δ -Impulsfolge:

$$x(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \delta(t - t_i), \quad (6)$$

so erhält man als Autokorrelationsfunktion:

$$R(\tau) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \delta(\tau - (t_i - t_j)) \quad (7)$$

Die Autokorrelationsfunktion hat also Impulse an den Stellen $(t_i - t_j)$. Die Differenz $(t_i - t_j)$ ist aber der Abstand zwischen zwei Impulsen. Die Autokorrelationsfunktion zeigt also im Fall von Impulsfolgen alle ISI mit ihrer Häufigkeit an und entspricht damit dem Autokorrelogramm der Impulsfolge (vgl. Ebeling, 2007, S. 137).

3.2 Autokorrelationsfunktionen bei Intervallen

Wenn die Tonhöheninformation in der Periodizität der Nervenimpulsmuster in Form der ISI repräsentiert ist, dann muss sich bei Intervallen auch die Information über beide Intervalltöne in den Nervenimpulsmustern ablesen lassen und das Verhältnis der Intervalltöne zueinander in den ISI zeigen. Die Betrachtung der entstehenden Nervenimpulsmuster entspricht den Untersuchungsmethoden der Mikrorhythmus-Theorie. Die Analyse der ISI lässt sich wieder mit einer Autokorrelation durchführen. Eine solche Untersuchung haben Tramo und Mitarbeiter (2001) durchgeführt. Als Stimuli benutzten sie Intervalle, deren Primärtöne aus sechs gleichstarken, harmonischen Teiltönen bestanden. Die Intervalle waren kleine Sekunde, reine Quarte, reine Quinte und der Tritonus, also zwei konsonante und zwei dissonante Intervalle. Die entstandenen neuronalen Feuermuster konnten mit der Autokorrelationsfunktion des Signals verglichen werden. Dazu ist zu bedenken, dass sich bei Signalen mit mehreren phasengleichen Obertönen sowohl die Wellenform als auch die Autokorrelationsfunktion mit zunehmender Anzahl der harmonischen Obertöne einem Impulsmuster aus δ -Impulsen annähert. Die Übereinstimmung zwischen den Nervenimpulsmustern und den entsprechenden Autokorrelationsfunktionen ist verblüffend. Da die Autokorrelationsfunktion die Information über die Periodizität und die Häufigkeitsverteilung der ISI liefert, kann man folgern, dass diese Informationen in den Nervenimpulsmustern repräsentiert sind. Wenn man zusätzlich davon ausgeht, dass eine Periodizitätsanalyse in einem neuronalen Autokorrelator stattfindet, etwa in dem von Langner (1981, 1983) entdeckten neuronalen Netzwerk, so muss die Periodizität und die Häufigkeitsverteilung der ISI, die beim Hören von Intervallen im auditorischen System entsteht, von entscheidender Bedeutung für die Intervallwahrnehmung sein.

Die Graphen der Autokorrelationsfunktionen und die ihnen entsprechenden Nervenimpulsmuster für Intervalle zeigen dieselbe Struktur wie die Punktreihen, die in der Mikrorhythmus-Theorie untersucht werden. Da der maximale Hörbereich von 20 Hz in der Tiefe bis zu höchstens 20.000 Hz in der Höhe reicht, genügt es für hörrelevante Betrachtungen, Perioden bis zu

einer Länge von höchstens $50 \text{ ms} = \frac{1}{20} \cdot 1.000 \text{ s}$ zu berücksichtigen. Bei Intervallen aus zwei Tönen hat man zwei Impulsketten mit verschiedenen Perioden zu betrachten, die jede einen Intervallton neuronal repräsentiert.

3.3 Koinzidierende Perioden bei Konsonanzen und Dissonanzen

Die entscheidende Beobachtung ist, dass bei konsonanten Intervallen häufig ein Impuls der einen Impulskette mit einem Impuls der zweiten Impulskette zusammenfällt: es kommt zu Koinzidenz. Bei der Oktave etwa fällt jeder zweite Impuls der ersten Reihe mit jedem Impuls der zweiten Reihe zusammen, bei der Quinte koinzidiert jeder zweite Impuls der ersten Reihe mit jedem dritten Impuls der zweiten Reihe. Die Dichte der Koinzidenz hängt also vom Schwingungsverhältnis ab und ist sicherlich von Bedeutung bei der Periodizitätsdetektion in einem neuronalen Autokorrelator. Koinzidenz zwischen den Impulsreihen zeigt nämlich an, dass bestimmte Perioden gemeinsam vorkommen, die entsprechenden Periodizitätsdetektoren also mehrfach erregt werden. Bei konsonanten Intervallen entstehen ausgeprägte, periodische Muster (sowohl in den Nervenimpulsketten als auch in der Autokorrelationsfunktion) mit kurzer, gemeinsamer Periode, wie in der Abbildung 5 am Beispiel einer Quinte sichtbar wird.

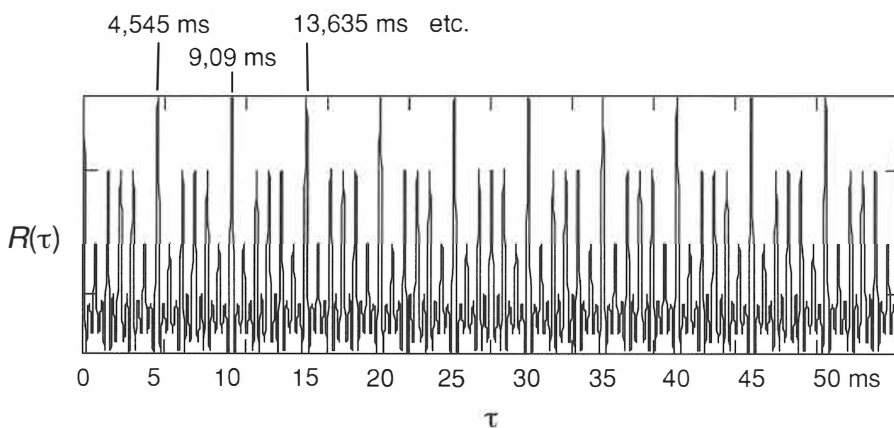


Abb. 5:

Die Autokorrelationsfunktion der reinen Quinte aus a' mit 440 Hz und e'' mit 660 Hz. Jeder der Primärtöne besteht aus sechs gleich starken harmonischen Teiltönen. Da der größte gemeinsame Teiler von 440 und 660 die Zahl 220 ist, muss die kleinste gemeinsame Periode T der Kehrwert von 220 Hz sein; also ist $T = 4,545 \text{ ms}$. Diese Periode T und ihre Vielfachen, zeigt die ausgeprägt periodische Autokorrelationsfunktion als Maxima an. Es fallen insgesamt zehn Perioden in ein Zeitfenster von 50 ms, welches der längsten Periode entspricht, die das Hörsystem noch analysieren kann.

Bei dissonanten Intervallen ist die periodische Struktur komplizierter und weniger ausgeprägt, weil die kleinste, gemeinsame Periode bei komplizierten Schwingungsverhältnissen länger ist. Deutlich wird das am Graph der Autokorrelationsfunktion für die kleine Sekunde (vgl. Abb. 6).

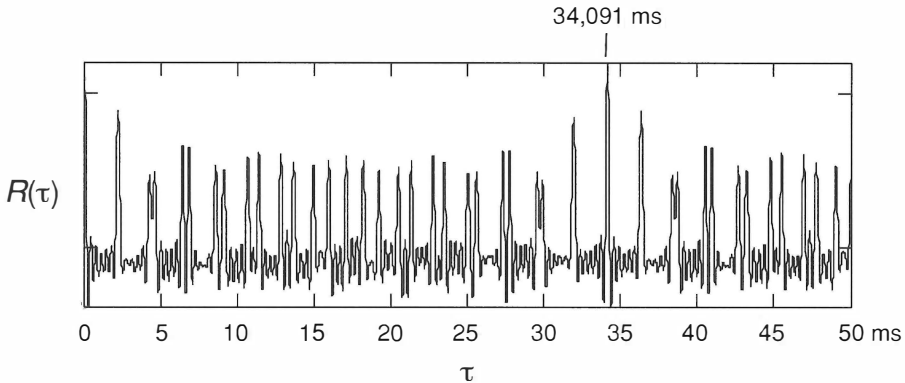


Abb. 6:

Die Autokorrelationsfunktion der kleinen Sekunde 16 : 15 aus a' mit 440 Hz und b' mit 469,33 Hz. Die kleinste gemeinsame Periode ist $T = 34,091$ ms. Die weiteren Perioden sind länger als 50 ms. Die Autokorrelationsfunktion zeigt eine aperiodische, ungeordnete Struktur im Zeitfenster von 50 ms, welches der längsten Periode entspricht, die das Hörsystem noch analysieren kann.

Die Reaktionsstärke eines Korrelationsneurons ist umso größer, je größer die Korrelation ist. Bei harmonischen Intervallen ergeben sich daher klarere Repräsentationen, als bei inharmonischen. Konsonanz und Dissonanz unterscheiden sich also auf neuronaler Ebene in der Regelmäßigkeit bzw. Unregelmäßigkeit ihrer Erregungsmuster.

4 Die Allgemeine Koinzidenzfunktion

4.1 Neuronale Impulse als Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

Bei der Betrachtung von Impulsfolgen geht die mathematische Theorie von Folgen aus Dirac-Impulsen $\delta(t)$ aus. Der δ -Impuls ist diskret, d. h. er hat keine zeitliche Ausdehnung. Die Impulse im auditorischen System haben aber eine zeitliche Ausdehnung und sind genau betrachtet ein Cluster neuronaler Entladungen innerhalb eines schmalen Zeitfensters. Schon bei der Verarbeitung der vom Schall ausgelösten Wanderwelle im Innenohr entstehen schallsynchrone Entladungen der Sinneszellen, weil sich die Stereocilien der Sinneszellen, dem Druck der Wanderwelle folgend, hin- und herbewegen.

Dabei führt die Bewegung in der einen Richtung zu einer Depolarisation und Ausschüttung von Neurotransmittern, bei der Bewegung in die andere Richtung feuern die Sinneszellen nicht. In der Summe entsteht aus dem schallsynchronen Feuern einer Vielzahl von Sinneszellen ein Entladungsmuster, das den positiven Schwingungsanteil des Signals und die Periode des Signals wiedergibt. Einen solchen „Summenimpuls“ beschreibe ich im Mathematischen Modell durch eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $I(t)$, die angibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine Sinneszelle feuert. Eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $I(t)$ kann eine beliebige Form haben, erfüllt aber die folgenden Bedingungen (Papoulis, 1984, S. 72):

$$I(t) > 0, \text{ für alle } t \in \mathbf{R} \quad (8)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} I(t) dt = 1 \quad (9)$$

Weiter soll ein solcher „Summenimpuls“ $I(t)$ noch von einem Breitenparameter ε abhängen (Notation: $I_\varepsilon(t)$), so dass im Sinne des „generalized limes“ (Papoulis, 1962, S. 277) zusätzlich gilt:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} I_\varepsilon(t) = \delta(t). \quad (10)$$

$I_\varepsilon(t)$ ist damit mathematisch eine Verteilung (Papoulis, 1962, S. 280). Die neuronale Repräsentation eines Tones mit der Frequenz f und der Periode $T = \frac{1}{f}$ lässt sich mathematisch durch die Folge:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I(t - nT) \quad (11)$$

nachbilden.

4.2 Intervalle als Impulsfolgen

Ein Intervall $J(t)$ besteht aus zwei Primärtönen mit den Frequenzen f_1 und f_2 und den Perioden $T_1 = \frac{1}{f_1}$ und $T_2 = \frac{1}{f_2}$. Beide Töne sind durch neuronale Impulsketten repräsentiert, die im mathematischen Formalismus durch unendliche Folgen von Impulsen dargestellt seien. Dann ist die mathematische Folgendarstellung dieser „Töne“:

$$x_1(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I(t - nT_1) \text{ und } x_2(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} I(t - mT_2) \quad (12)$$

und $J(t)$ ist die Summe dieser Folgen:

$$J(t) = x_1(t) + x_2(t) \quad (13)$$

Es wird in dieser Betrachtung zunächst ignoriert, dass es aufgrund der Frequenzfilterung in der Cochlea nur begrenzt zu einer Summenbildung kommt. Das Problem wird nämlich behoben durch die Verschaltung von Onset- und Chopperzellen im Modell von Langner (Bahmer & Langner, 2006), so dass sich die einfache Summenbildung physiologisch rechtfertigen lässt.

Bildet man aus $J(t)$ die zugehörige Autokorrelationsfunktion $R(\tau)$ für den hörrelevanten Zeitbereich, d. h. für $t = 0$ ms bis $t = 50$ ms, so erhält man die Funktion:

$$R(\tau) = \frac{1}{50} \int_0^{50} J(t) \cdot J(t + \tau) dt = a_1(\tau) + a_2(\tau) + c_{12}(\tau) + c_{21}(\tau), \quad (14)$$

wobei $a_i(\tau)$ die Autokorrelationsfunktion von $x_i(t)$ ist und $c_{12}(\tau)$ bzw. $c_{21}(\tau)$ die Kreuzkorrelationsfunktionen von $x_1(t)$ und $x_2(t)$ sind (Ebeling, 2007, S. 150).

4.3 Die Allgemeine Koinzidenzfunktion

In einem Intervall, gebildet aus einem Ton der Frequenz f_1 und einem Ton der Frequenz f_2 , stehen die Primärtöne in einem Schwingungsverhältnis $s = \frac{f_1}{f_2} = \frac{T_2}{T_1}$ zueinander. Man kann die Autokorrelationsfunktion $R(\tau)$ für beliebige Intervalle bilden; für jedes Schwingungsverhältnis erhält man eine andere Autokorrelationsfunktion. Ist $J_s(t)$ das Intervall mit dem Schwingungsverhältnis s , dann erhält man eine Funktion mit den Parametern τ und s (Ebeling, 2007, S. 208):

$$R(\tau, s) = \int_0^{50} J_s(t) \cdot J_s(t + \tau) dt. \quad (15)$$

Mit Hilfe dieser Funktion definiere ich die Allgemeine Koinzidenzfunktion (Ebeling, 2007, S. 102, 208):

$$K_e(s) := \int_0^{50} R^2(\tau, s) d\tau. \quad (16)$$

Dabei steht τ für die im Hörsystem analysierbaren Perioden, die zwischen den Integrationsgrenzen von 0 ms bis 50 ms liegen (in der Formel ohne Einheiten notiert).

Die Funktion $K_e(s)$ hängt ausschließlich vom Schwingungsverhältnis s ab und gibt für jedes Schwingungsverhältnis s die Energie der Autokorrelationsfunktion für die hörrelevanten Perioden, d. h. für $\tau = 0$ ms bis $\tau = 50$ ms an.

Als einfachen Fall kann man als Funktion $I_\varepsilon(t)$ den Rechteckimpuls der Breite ε wählen:

$$I_\varepsilon(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } |t| \leq \frac{\varepsilon}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (17)$$

Für die Intervalle innerhalb einer Oktave, d. h. $1 \leq s \leq 2$, und den Breitenparameter $\varepsilon = 0,8$ ms entspricht der Allgemeinen Koinzidenzfunktion $K_\varepsilon(s)$ eine Kurve mit relativen Maxima für die Schwingungsverhältnisse der konsonanten Intervalle (vgl. Abb. 7). Die „Güte“ der Konsonanz lässt sich aus der Höhe des jeweiligen Maximums ablesen.

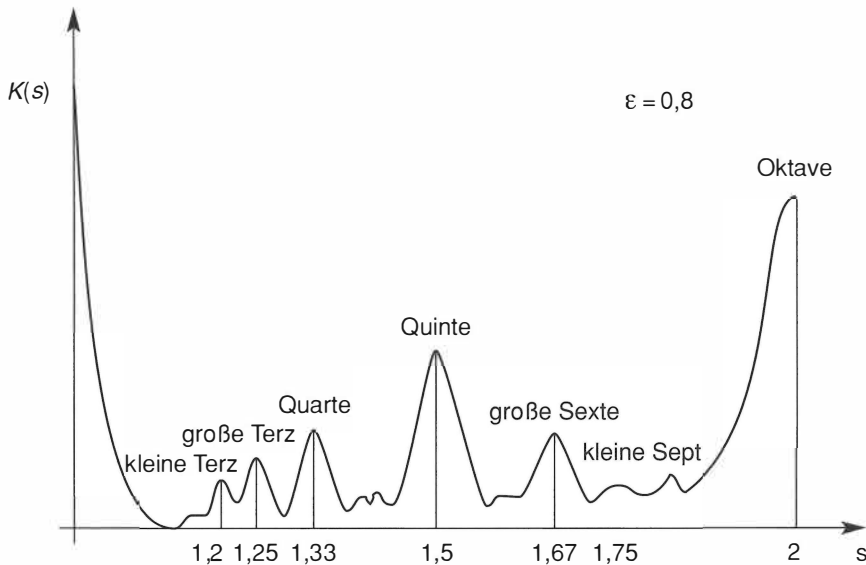


Abb. 7:

Die Allgemeine Koinzidenzfunktion $K(s)$, abgeleitet aus Rechteckimpulsen der Breite $\varepsilon = 0,8$ ms. Deutlich erkennt man die relativen Maxima für die Schwingungsverhältnisse der konsonanten Intervalle.

Für kleine ε -Werte habe ich gezeigt, dass die Wahl der Impulsfunktion $I_\varepsilon(t)$ wenig erheblich ist, da für jede gewählte Funktion gilt: $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} I_\varepsilon(t) = \delta(t)$, d. h. die zugehörigen Koinzidenzfunktionen werden für kleiner werdende ε immer ähnlicher (Ebeling, 2007, S. 105 ff.). Wählt man für $I_\varepsilon(t)$ etwa die Gauß-Ver-

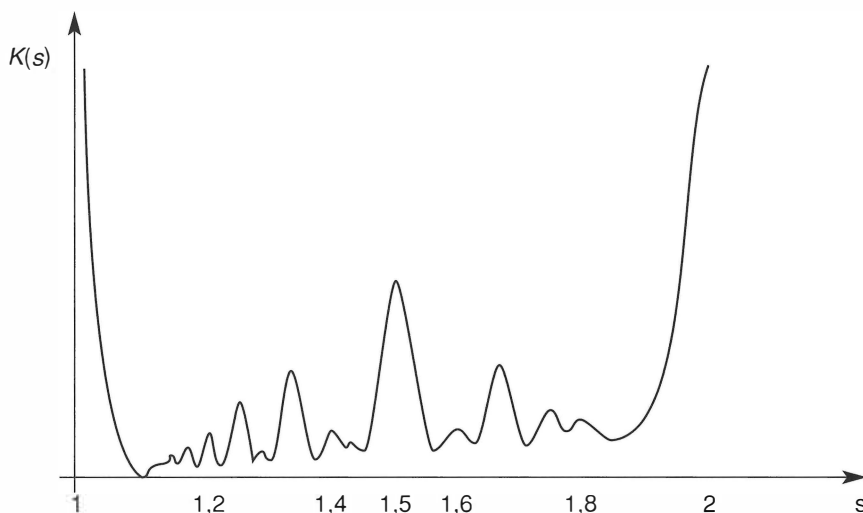


Abb. 8:
Die Allgemeine Koinzidenzfunktion, gebildet aus Gauß-Impulsen.

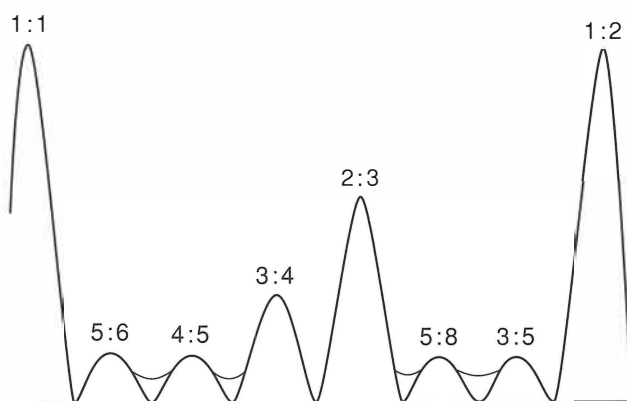
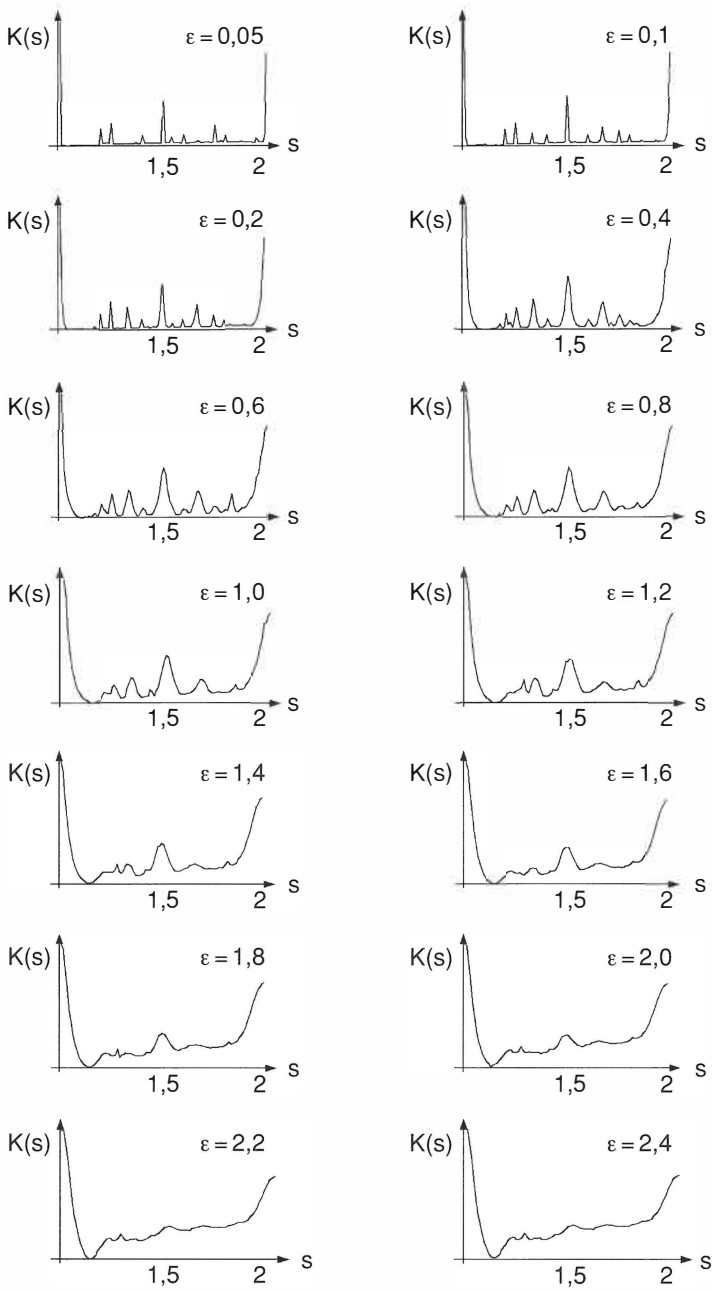


Abb. 9:
Das „System der Verschmelzungsstufen in einer Curve“ von Carl Stumpf
(Stumpf, 1890, 1965, Bd. II, S. 176).

teilung (hier bestimmt ε die Varianz), so erhält man eine Allgemeine Koinzidenzfunktion, deren Graph die Abbildung 8 wiedergibt.

Die Kurven beider Allgemeiner Koinzidenzfunktionen (vgl. Abb. 7 u. 8) sind sehr ähnlich und entsprechen Stumpfs „System der Verschmelzungsstufen in einer Curve“, die die Abbildung 9 zeigt.

**Abb. 10:**

Die Allgemeine Koinzidenzfunktion für verschiedene Werte von ϵ .
 Wenn ϵ gegen 0 geht, konvergiert die Allgemeine Koinzidenzfunktion
 gegen ein Gitter diskreter δ -Impulse.

Für Intervalle mit den Perioden T_1 und T_2 und ganzzahligem Schwingungsverhältnis $s = \frac{p}{q} = \frac{T_1}{T_2}$ und $\varepsilon = 0$ erhält man aus der Allgemeinen Koinzidenzfunktion als Koinzidenzmaß:

$$K_0\left(\frac{p}{q}\right) = \frac{1}{T_0^2} (p^3 + q^3 + 4p^2 + 4q^2 + 6pq), \quad (18)$$

wobei $T_0 = \text{kgV}(T_1, T_2)$ ist (zur Herleitung siehe: Ebeling, 2007, S. 208 ff.). Diese Gleichung ist eine Art „gradus suavitatis“, der sich aus dem Modell kanonisch ergibt.

Bemerkenswert ist, dass auch die Lage der Primärtöne durch den Faktor $\frac{1}{T_0^2}$ in die Gleichung eingeht. Den Einfluss des Breitenparameters ε kann man abschätzen, indem man für verschiedene ε -Werte die Allgemeine Koinzidenzfunktion berechnet.

Abbildung 10 zeigt die Graphen der Allgemeinen Koinzidenzfunktion für verschiedene ε -Werte.

Aus den am häufigsten gemessenen Intervallen der inneren Oszillation von 1,2 ms, 1,6 ms und 2,0 ms (Langner & Schreiner, 1988) und den dadurch geöffneten Zeitfenstern der Koinzidenzneuronen kann geschlossen werden, dass Impulsbreiten zwischen $\varepsilon = 0,6$ ms bis $\varepsilon = 1,0$ ms, im Mittel also $\varepsilon = 0,8$ ms anzunehmen sind.

5 Rauigkeit und Konsonanz

5.1 Einwände gegen die Störtheorie

Seit von Helmholtz (1863/1983) ist die Störtheorie der Konsonanz etabliert worden. Ihr liegt die folgende Überlegung zu Grunde: Sind die Primärtöne eines Intervalls komplexe Klänge aus harmonischen Partialtönen, so liegen bei dissonanten Intervallen viele Obertöne dicht beieinander, bei konsonanten Intervallen aber nur wenige. Weil dicht beieinander liegende Obertöne zu Rauigkeitsempfindungen führen, ist bei dissonanten Intervallen mit einer höheren Gesamtrauigkeit zu rechnen, als bei konsonanten.

Dem gewichtigen Einwand, dass Konsonanz und Dissonanz auch bei Intervallen aus obertonarmen oder reinen Tönen empfunden wird, begegnet man mit Hilfskonstruktionen. So verwies schon von Helmholtz (1862/1983, S. 261) auf die im Ohr als nichtlinearem Übertragungssystem entstehenden Kombinations- und insbesondere Ohrobertöne. Genauere Untersuchungen zur Hörbarkeit von Kombinationstönen zeigen aber, dass die Kombinations-töne (insbesondere der Kombinationston 2. Ordnung) überhaupt erst bei höheren Schallpegeln entstehen (Plomp, 1965; Goldstein, 1967). Dann dürfte

aber auch das Empfinden von Konsonanz und Dissonanz erst bei höheren Lautstärken entstehen. Für den Fall obertonarmer Primärtöne kommen Ohr-obertöne als Erklärung für Konsonanz also nicht in Betracht. Andere Erklärungen bemühen einen Lernprozess (Plomp & Levelt, 1965). Da reine Töne als natürliche Klänge so gut wie nie auftreten, könnte die an komplexen Klängen erlernte Konsonanz- und Dissonanzbeurteilung auf Intervalle aus reinen Tönen übertragen worden sein. Als Spielart dieser Überlegungen kann die Argumentation angesehen werden, die den Ursprung des Harmonieempfindens im Erlernen der Vokalität von Sprache sieht (Terhardt, 1976/1977).

Auch für den Fall reiner oder obertonarmer Primärtöne benötigt das von mir entwickelte Modell neuronaler Koinzidenz solche Hilfskonstruktionen nicht, weil in diesem Fall ebenfalls von periodischen neuronalen Impulsmustern ausgegangen werden kann.

Bemerkenswert ist eine weitere Feststellung: koinzidierende Obertöne können keine Rauigkeit verursachen, so dass die für konsonante Intervalle charakteristische, häufige Koinzidenz verschiedener Obertöne bewirkt, dass nur eine geringe Gesamtrauhigkeit entsteht. Da die Frequenz der Kehrwert der Periode ist, entspricht die mathematische Formulierung der Koinzidenz bei Obertönen genau den mathematischen Gleichungen zur Bestimmung der Koinzidenz neuronaler Impulsketten (Ebeling, 2007, S. 27 ff.). Haben also die das Intervall bildenden Primärtöne ein dichtes Obertonspektrum, so wirken Rauigkeiten zusätzlich zur Verschmelzung (die auf der neuronalen Koinzidenz beruht) konsonanz- bzw. dissonanzverstärkend. Da Rauigkeit aber nur unter bestimmten Bedingungen entsteht, kann sie im Sinne Aristoteles kein Proprium der Konsonanz sein und schon gar nicht zur Definition taugen, sondern ist in ihrer logischen Funktion als Akzidenz einzuordnen.

5.2 Bemerkungen zu Plomp und Levelt (1965)

Plomp und Levelt (1965) ließen Intervalle aus reinen Tönen beurteilen. War die Frequenzdifferenz der Primärtöne klein, so wurden die Intervalle als dissonant beurteilt. Die größte Dissonanz wurde für Frequenzdifferenzen ermittelt, die im Bereich der größten Rauigkeit lagen. So wurde bei einer Mittenfrequenz von 125 Hz die größte Dissonanz bei einer Frequenzdifferenz um etwa 30 Hz empfunden, also im nach Helmholtz kritischsten Bereich für die Rauigkeit.

Wurden die Mittenfrequenzen erhöht, hatten die Intervalle mit der größten Dissonanz auch eine erhöhte Frequenzdifferenz ihrer Primärtöne. Daraus schlossen sie, dass das Dissonanzempfinden mit Rauigkeiten in unmittelbarem Zusammenhang steht. Dass bei höheren Mittenfrequenzen die Frequenzdifferenz der dissonantesten Intervalle ansteigt, begründeten sie mit dem Wachsen der kritischen Bandbreite bei ansteigenden Frequenzen.

Die von Plomp und Levelt (1965) mitgeteilten Versuchsergebnisse lassen sich aber auch aus der von mir entwickelten Allgemeinen Koinzidenzfunktion herleiten. Die Abbildung 10 zeigt, dass die Allgemeine Koinzidenzfunktion für alle ε -Werte ein absolutes Minimum bei kleinen Schwingungsverhältnissen hat. Bezieht man diese Schwingungsverhältnisse auf bestimmte Mittenfrequenzen der Primärtöne, so liegt das Minimum der Allgemeinen Koinzidenzfunktion im Bereich kleiner Frequenzdifferenzen der Primärtöne, die dann auch dem Bereich großer Rauigkeit entsprechen. In diesem Bereich liegt also niedrige Koinzidenz vor. Rauigkeitsbetrachtungen sind für die Erklärung der niedrigen Konsonanz nicht mehr notwendig. Man erkennt unmittelbar, dass der Bereich niedriger Konsonanz – analog zur Beobachtung von Plomp und Levelt (1965, S. 554) – bei höheren Mittenfrequenzen rechnerisch automatisch auch auf höhere Frequenzdifferenzen führt. Daher ist die von Plomp und Levelt (1965, S. 555) aufgestellte Hypothese, dass die größeren kritischen Bandbreiten bei höheren Frequenzen die Ursache für die größeren Frequenzdifferenzen sind, vor dem Hintergrund der Allgemeinen Koinzidenzfunktion unnötig.

6 Folgerung aus dem Modell

Im Sinne der Topik des Aristoteles kann man aus dem Modell folgende Schlüsse ziehen:

1. Das Wesen der Konsonanz ist im Koinzidenzgrad simultaner Nervenimpulsfolgen zu sehen, wie man ihn mit der Allgemeinen Koinzidenzfunktion berechnen kann.
2. Das Proprium „Tonverschmelzung“ ist eine unmittelbare Folge der neuronalen Koinzidenz. Wird Verschmelzung empfunden, so ist daraus auf neuronale Koinzidenz und damit auf Konsonanz zu schließen. Das mit der Konsonanz verbundene „Wohlempfinden“ könnte in der größeren Klarheit der Repräsentation begründet sein.
3. Die bei Intervallen aus komplexen Tönen auftretenden Rauigkeiten sind nur ein Akzidenz der Konsonanz bzw. Dissonanz.
4. Entsprechend Stumpfs Vermutung ist die Allgemeine Koinzidenzfunktion aus einer „physischen Veranstaltung im Zentralorgan“ abgeleitet worden.

Literatur

- Aristoteles (übers. 1919). *Topik*. Neu übersetzt und mit einer Einleitung versehen. (E. Rolles, Übers.). Leipzig: Meiner.
- Bahmer, A. & Langner, G. (2006). Oscillating neurons in the cochlear nucleus. *Biological Cybernetics*, 95 (4), 371–400.

- Cariani, P. A. & Delgutte, B. (1996). Neural correlates of pitch of complex tones. I. pitch and pitch salience. *Journal of Neurophysiology*, 76 (3), 1698–1716.
- Cheveigné, A. (2004). Pitch perception models. In C. Plack & A. Oxenham (Eds.), *Pitch* (pp. 169–233). New York: Springer.
- Ebeling, M. (2007). *Verschmelzung und neuronale Autokorrelation als Grundlage einer Konsonanztheorie*. Frankfurt: Peter Lang.
- Goldstein, J. L. (1967). Auditory nonlinearity. *Journal of the Acoustical Society of America*, 41 (3), 676–689.
- Helmholtz, H. v. (1863/1983). *Die Lehre von den Tonempfindungen. Als psychologische Grundlage für die Theorie der Musik*. Hildesheim: Olms.
- Hesse, H.-P. (2003). *Musik und Emotion. Wissenschaftliche Grundlagen des Musik-Erlebens*. Wien/New York: Springer.
- Kamleiter, P. (1993). *Karl Stumpfs Theorie der Tonverschmelzung als Erklärung des Konsonanzphänomens*. Unveröffentlichte Dissertation, Bayerische Julius-Maximilians-Universität Würzburg.
- Langner, G. (1981). Neuronal mechanisms for pitch analysis in the time domain. *Experimental Brain Research*, 44, 450–454.
- Langner, G. (1983). Evidence for neuronal periodicity detection in the auditory system of the guinea fowl implications for pitch analysis in the time domain. *Experimental Brain Research*, 52, 11–24.
- Langner, G. (2007). Die zeitliche Verarbeitung periodischer Signale im Hörsystem: Neuronale Repräsentation von Tonhöhe, Klang und Harmonizität. *Zeitschrift für Audiologie*, 46 (1), 8–21.
- Langner, G. & Schreiner, C. E. (1988). Periodicity coding in the inferior colliculus of the cat. I. neuronal mechanisms. *Journal of Neurophysiology*, 60 (6), 1799–1822.
- Licklider, J. C. R. (1951). A duplex theory of pitch perception. *Experientia VII* (4), 128–134.
- Lipps, Th. (1899). Tonverwandtschaft und Tonverschmelzung. *Zeitschrift für Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane*, 19, 1–40.
- Papoulis, A. (1962). *The Fourier Integral and its applications*. New York: McGraw-Hill.
- Papoulis, A. (1984). *Probability, random variables and stochastic processes* (2nd ed.). New York: McGraw-Hill.
- Plomp, R. (1965). Detectability threshold for combination tones. *Journal of the Acoustical Society of America*, 37 (6), 1110–1123.
- Plomp, R. & Levelt, W. J. M. (1965). Tonal consonance and critical bandwidth. *Journal of the Acoustic Society of America*, 38, 548–560.
- Schreiner, Chr. E. & Langner, G. (1988). Periodicity coding in the inferior colliculus of the cat. II. Topographical organization. *Journal of Neurophysiology*, 60 (6), 1823–1840.
- Stumpf, C. (1883/1890). *Tonpsychologie*. 2 Bände. Leipzig: Hirzel. (Nachdruck 1965. Hilversum: Knuf und Amsterdam: Bonset).
- Stumpf, C. (1897). Neues zur Tonverschmelzung. *Zeitschrift für Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane*, 15, 280–303.
- Stumpf, C. (1924). Carl Stumpf. In R. Schmidt (Hrsg.), *Die Philosophie der Gegenwart in Selbstdarstellungen*, Band 5 (S. 205–265). Leipzig: Meiner.
- Stumpf, C. (1926). *Die Sprachlaute. Experimentell-Phonetische Untersuchungen nebst einem Anhang über Instrumentalklänge*. Berlin: Springer.
- Terhardt, E. (1976/1977). Ein psychoakustisch begründetes Konzept der Musikalischen Konsonanz. *Acustica*, 36, 121–137.

- Tramo, M. J., Cariani, P. A., Delgutte, B. & Braid, L. D. (2001). Neurobiological foundations of the theory of harmony in Western Tonal Music. In R. J. Zatorre & I. Peretz (Eds.), *The biological foundations of music* (pp. 92–116). Annals of the New York Academy of Sciences, Vol. 930.
- Wever, E. G. (1949). *Theory of hearing*. New York: Wiley